

Пошаговое решение системы линейных уравнений методом Гаусса в электронной таблице Microsoft Excel

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 6x_4 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 + x_4 = 3 \\ 5x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 4 \\ 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 6x_4 = 5 \end{cases}$$

Решение

В диапазон ячеек A1:E4 заносим расширенную матрицу системы.

Таблица 1

2	3	7	6	1
3	5	3	1	3
5	3	1	3	4
3	3	1	6	5

В соответствии с методом Гаусса, используя элементарные преобразования метода Гаусса, во второй, третьей и четвертой строках первого столбца расширенной матрицы получим нули (коэффициенты при x_1 во втором, третьем и четвертом уравнениях системы сделаем равными нулю), при этом первую строку (первое уравнение) оставим без изменения, фиксируем первую строку.

Дальнейшие преобразования делаем с использованием первой строки расширенной матрицы (первого уравнения системы).

Выделяем диапазон ячеек A6:E6, для чего: кликнем ячейку A6, нажимаем клавишу Shift и, не отпуская ее, кликнем ячейку E6.

В диапазон ячеек A6:E6 записываем формулу =A1:E1.

Нажимаем не как обычно клавишу <Enter>, а комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>. Таким образом мы сообщаем программе, что нужно выполнить операцию над массивом. При этом Excel заключит формулу в строке формул в фигурные скобки {=A1:E1}.

В результате мы оставили без изменения первую строку расширенной матрицы (первое уравнение системы).

Выделяем диапазон ячеек A7:E7, для чего: кликнем ячейку A7, нажимаем клавишу Shift и, не отпуская ее, кликнем ячейку E7.

В диапазон ячеек A7:E7 записываем формулу =A2:E2-\$A\$1:\$E\$1*(A2/\$A\$1), которая обратит в нуль элемент расширенной матрицы, стоящий во второй строке первого столбца (обращающую в нуль коэффициент при x_1 во втором уравнении системы).

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter> и в строке формул получаем формулу {=A2:E2-\$A\$1:\$E\$1*(A2/\$A\$1)}, при этом диапазон ячеек A7:E7 остается выделенным; если в результате каких-либо действий диапазон ячеек A7:E7 перестал быть выделенным, то его нужно выделить.

Позиционируем указатель мыши на черном квадратике — маркере заполнения, который находится в правом нижнем углу выделенного диапазона, указатель мыши примет вид черного креста, нажимаем левую кнопку мыши и протаскиваем маркер заполнения так, чтобы заполнить диапазон A8:E9. Это обратит в нуль элементы расширенной матрицы, стоящие в третьей и четвертой строках первого столбца расширенной матрицы (обратит в нуль коэффициенты при x_1 в третьем и четвертом уравнениях системы).

Получим

Таблица 2

2	3	7	6	1
3	5	3	1	3
5	3	1	3	4
3	3	1	6	5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	-4,5	-16,5	-12	1,5
0	-1,5	-9,5	-3	3,5

В соответствии с методом Гаусса, используя элементарные преобразования метода Гаусса, в третьей и четвертой строках второго столбца расширенной матрицы получим нули (коэффициенты при x_2 в третьем и четвертом уравнениях системы сделаем равными нулю), а первую и вторую строки расширенной матрицы (первое и второе уравнение системы) оставим без изменения, фиксируем вторую строку расширенной матрицы (второе уравнение системы).

Выделяем диапазон ячеек A11:E12, для чего: кликнем ячейку A11, нажимаем клавишу Shift и, не отпуская ее, кликнем ячейку E12.

В диапазон ячеек A11:E12 записываем формулу $=A6:E7$.

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>. При этом Excel заключит формулу в строке формул в фигурные скобки $\{=A6:E7\}$.

В результате мы оставили без изменения первую и вторую строки расширенной матрицы расширенной матрицы (первое и второе уравнения системы).

Выделяем диапазон ячеек A13:E13, для чего: кликнем ячейку A13, нажимаем клавишу Shift и, не отпуская ее, кликнем ячейку E13.

В диапазон ячеек A13:E13 записываем формулу $=A8:E8- \$A\$7: \$E\$7*(B8/ \$B\$7)$, обращающую в нуль элемент третьей строки второго столбца расширенной матрицы (обращающую в нуль коэффициент при x_2 в третьем уравнении системы).

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter> и в строке формул получаем формулу $\{=A8:E8- \$A\$7: \$E\$7*(B8/ \$B\$7)\}$, при этом диапазон ячеек A13:E13 остается выделенным; если в результате каких-либо действий диапазон ячеек A13:E13 перестал быть выделенным, то его нужно выделить.

Позиционируем указатель мыши на черном квадратике – маркере заполнения, который находится в правом нижнем углу выделенного диапазона, указатель мыши примет вид черного креста, нажимаем левую кнопку мыши и протаскиваем маркер заполнения так, чтобы заполнить диапазон A13:E14. Это обратит в нуль элемент четвертой строки второго столбца расширенной матрицы (обратит в нуль коэффициент при x_2 в четвертом уравнении системы).

Получим

Таблица 3

2	3	7	6	1
3	5	3	1	3
5	3	1	3	4
3	3	1	6	5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	-4,5	-16,5	-12	1,5
0	-1,5	-9,5	-3	3,5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	0	-84	-84	15
0	0	-32	-27	8

В соответствии с методом Гаусса, используя элементарные преобразования метода Гаусса, в четвертой строке третьего столбца расширенной матрицы получим нуль (коэффициент при x_3 в четвертом уравнении системы сделаем равным нулю), а первую, вторую и третью строки расширенной матрицы (первое, второе и третье уравнения системы) оставим без изменения, фиксируем третью строку расширенной матрицы (третье уравнение системы).

Дальнейшие преобразования делаем с использованием третьей строки расширенной матрицы (третьего уравнения системы).

Выделяем диапазон ячеек A16:E18.

В диапазон ячеек A16:E18 записываем формулу $=A11:E13$.

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>. При этом Excel заключит формулу в строке формул в фигурные скобки $\{=A11:E13\}$.

В результате мы оставили без изменения первую, вторую и третью строки расширенной матрицы (первое, второе и третье уравнения системы).

Выделяем диапазон ячеек A19:E19.

В диапазон ячеек A19:E19 записываем формулу $=A14:E14-\$A\$13:\$E\$13*(C14/\$C\$13)$, обращающую в нуль элемент четвертой строки третьего столбца расширенной матрицы (коэффициент при x_3 в четвертом уравнении системы).

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter> и в строке формул получаем формулу $\{=A14:E14-\$A\$13:\$E\$13*(C14/\$C\$13)\}$.

Получим

Таблица 4

2	3	7	6	1
3	5	3	1	3
5	3	1	3	4
3	3	1	6	5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	-4,5	-16,5	-12	1,5
0	-1,5	-9,5	-3	3,5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	0	-84	-84	15
0	0	-32	-27	8
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	0	-84	-84	15
0	0	0	5	2,285714

В результате применения элементарных преобразований метода Гаусса мы привели расширенную матрицу к ступенчатому виду.

Теперь последовательно находим значения неизвестных.

Выделяем диапазон ячеек A24:E24 и записываем в него формулу $=A19:E19/D19$, в результате в ячейке E24 получим значение неизвестной x_4 .

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>.

Выделяем диапазон ячеек A23:E23 и записываем в него формулу $=(A18:E18-A24:E24*D18)/C18$, в результате в ячейке E23 получим значение неизвестной x_3 .

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>.

Выделяем диапазон ячеек A22:E22 и записываем в него формулу $=(A17:E17-A24:E24*D17-A23:E23*C17)/B17$, в результате в ячейке E22 получим значение неизвестной x_2 .

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>.

Выделяем диапазон ячеек A21:E21 и записываем в него формулу $= (A16:E16 - A24:E24 * D16 - A23:E23 * C16 - A22:E22 * B16) / A16$, в результате в ячейке E21 получим значение неизвестной x_1 .

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>.

Окончательно получим

Таблица 5

2	3	7	6	1
3	5	3	1	3
5	3	1	3	4
3	3	1	6	5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	-4,5	-16,5	-12	1,5
0	-1,5	-9,5	-3	3,5
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	0	-84	-84	15
0	0	-32	-27	8
2	3	7	6	1
0	0,5	-7,5	-8	1,5
0	0	-84	-84	15
0	0	0	5	2,285714
1	0	0	0	0,185714
0	1	0	0	0,778571
0	0	1	0	-0,63571
0	0	0	1	0,457143

Для проверки правильности проведенных расчетов решим заданную систему матричным методом.

Для этого выделим диапазон ячеек G21:G24 и запишем в него формулу

$= \text{МУМНОЖ}(\text{МОБР}(A1:D4); E1:E4)$.

Нажимаем комбинацию клавиш <Ctrl> + <Shift> + <Enter>.

Получим

Таблица 6

1	0	0	0	0,185714	0,185714
0	1	0	0	0,778571	0,778571
0	0	1	0	-0,63571	-0,63571
0	0	0	1	0,457143	0,457143

Мы видим, что получился тот же самый результат.

$= \text{ЕСЛИ}(A1=""; ""; (\text{ЕСЛИ}(\text{ИЛИ}(A1=1; A1=21); "год"; (\text{ЕСЛИ}(\text{ИЛИ}(\text{И}(A1 \geq 2; A1 \leq 4); \text{И}(A1 \geq 22; A1 \leq 24)); "года"; "лет")))))$