Шипицина Оксана Андреевна

МБОУ «Лицей №3» г.Братск

Учитель математики

**Методические проблемы изучения тригонометрии.**

 Тригонометрии в школе традиционно уделяется много внимания-сначала в курсе геометрии, затем в курсе алгебры и начал анализа. Поскольку тригонометрия для многих учащихся это набор огромного числа жутких формул, которые ни один нормальный человек запомнить не в состоянии, мы стали понимать, что основная задача учителя математики - развитие умственных способностей обучающегося, а не заполнение ячеек его памяти формулами. В этой связи настало время пересмотреть тригонометрические методические традиции. Основное внимание надо уделить модели «числовая окружность на координатной плоскости».

 В школьном курсе математики использовались разные варианты введения тригонометрических функций. При этом большинству учебных пособий присущ один и тот же недостаток-недооценка важности изучения самой модели «числовая окружность» и слишком поспешное, чуть ли не на первом уроке, введение понятий синуса и косинуса «по окружности», что приводит к наложению двух трудностей: непривычная модель ( числовая окружность ) и непривычный способ введения функций ( синус как ордината, косинус как абсцисса точки числовой окружности). При этом упор делается на геометрический материал о вычислении длин дуг окружностей, поэтому многие учащиеся испытывают затруднения с геометрическим истолкованием основных компонентов «тригонометрического языка» ( 2π – длина числовой окружности , $\frac{π}{2}$ – длина четверти окружности и т. д.).

 Целесообразно выделить числовую окружность в качестве самостоятельного объекта изучения, т. к. на самом деле школьникам приходится изучать не одну , а две новые модели: первая – числовая окружность, вторая – числовая окружность на координатной плоскости. Предлагаю уделить достаточно времени «дидактическим играм» с этими двумя моделями.

 Первая игра – отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, выраженным в долях числа π ($ \frac{π}{3}$, $\frac{7π}{4}$ и т. д. ), и составление двух макетов числовой окружности: на первом из них все четверти разделены пополам с указанием главных имен точек, на втором – все четверти разделены на три равные части ( тоже с указанием главных имен ). Эти макеты полезно вывесить в кабинете математики. Обязательно обсудить с учащимися вопрос: что будет, если по каждому из макетов точка движется не в положительном, а в отрицательном направлении. Тогда на обоих макетах выделенным точкам придется присвоить другие имена. Игра завершается осмыслением главного отличия числовой окружности от числовой прямой: на прямой соответствие между точками и числами взаимно-однозначное, на окружности у каждой точки бесконечно много имен вида t= t0 + 2πk, где t0 – главное имя.

 Вторая игра – отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, не выраженным в долях числа π, - речь идет о построении точек М (1), М (2), …, М (6), М (-7) и при желании более экзотических точек типа М (49).

 Третья игра – составление аналитической записи ( двойных неравенств ) для дуг числовой окружности.

 Рассмотрим для примера открытую дугу MP, где M – середина первой четверти, а P- середина второй четверти. Неравенства, характеризующие дугу, т. е. представляющие собой аналитическую модель дуги, предлагаю составлять в два шага. На первом шаге составляем ядро аналитической записи ( это главное, чему следует научить школьников ); для заданной дуги MP получим $\frac{π}{4}$ $<$ t $<$ $\frac{3π}{4}$. На втором шаге составляем общую запись:

$\frac{π}{4}$ + 2πk $<$ t $<$ $\frac{3π}{4}$ + 2πk.

$ $ Если же речь идет о дуге PM, то при записи ядра нужно учесть, что точка А (0) лежит внутри дуги, а потому к началу дуги нам приходится двигаться по первой отрицательной окружности. Значит, ядро аналитической записи дуги PM имеет вид - $\frac{5π}{4}$ $<$ t $<$ $\frac{π}{4}$, а общая запись имеет вид

- $\frac{5π}{4}$ + 2πk $<$ t $<$ $\frac{π}{4}$ + 2πk.

Четвертая игра – отыскание декартовых координат точек числовой окружности, центр которой совмещен с началом системы координат.

При изучении модели «числовая окружность на координатной плоскости» школьникам приходится работать одновременно в двух системах координат – в «криволинейной», когда информация о положении точки снимается по окружности, и в декартовой прямоугольной системе координат, что вызывает трудности обучающихся. Задача учителя – помочь в преодолении этих естественных трудностей. Предлагаю с первых уроков преподавания тригонометрии использовать символы sin *t,* cos *t,* tg *t*, ctg *t*, т. к. буква *x* в сознании школьника четко ассоциируется с абсциссой в декартовой прямоугольной системе координат, а не с длиной пройденного по числовой окружности пути.

В процессе этой игры речь идет о переходе от записи M (t) к записи M (x,y), т. е. к переходу от криволинейных координат к декартовым. Например,

M ($\frac{π}{4}$) = M ( $\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ).

Фактически мы готовим школьников к вычислению значений тригонометрических функций. Если здесь все будет отработано достаточно хорошо, то переход на новую ступень ( ордината – синус, абсцисса – косинус ) окажется менее болезненным.

Четвертая игра включает в себя и задания типа: для точки М (5) найти знаки декартовых координат.

Пятая игра – отыскание на числовой окружности точек по заданным условиям. Например: y = $\frac{1}{2}$ или x $> \frac{1}{2}$. Фактически учитель готовит школьников к решению простейших тригонометрических уравнений и неравенств.

После введения определений синуса и косинуса как координат точки числовой окружности целесообразно снова поиграть в третью, четвертую и пятую игры, но уже с использованием введенных обозначений: вычислить sin $\frac{π}{4}$, решить уравнение cos *t* = $\frac{1}{2}$, решить неравенство sin *t* $<$ 0,5 и т. д.